# Grafikus modellek társadalomtudományi alkalmazása mobilitási adatokon

A PhD értekezés tézisei

Németh Renáta

Témavezető:
Rudas Tamás, DSc
Statisztika Tanszék

Szociológia Doktori Program
Eötvös Loránd Tudományegyetem
Társadalomtudományi Kar

Budapest, 2009

Mottó:

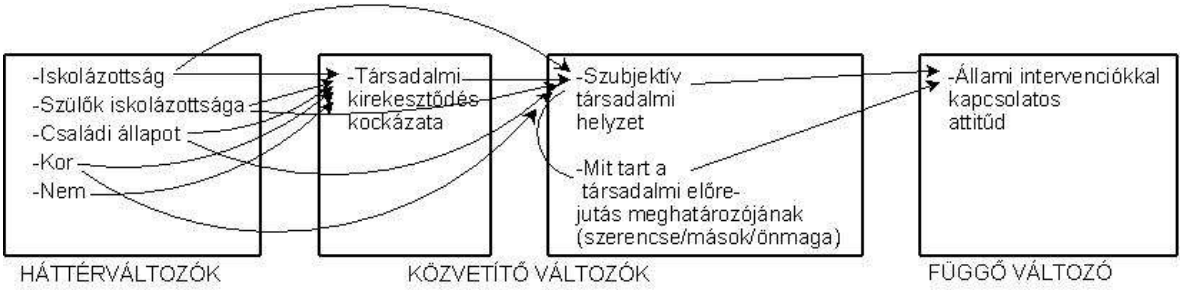
*„Forradalom ment végbe a társadalmi mobilitás kutatásában: az egykoron uralkodó Blau-Duncan paradigmát a loglineáris modellezés döntötte le a trónról. [...] A loglineáris forradalom figyelemre méltó kísérlet volt, és kezdetben úgy tűnt, fényes új jövőt kínál Blau-n és Duncan-en túllépve. [...] Végül, én úgy gondolom, Goldthorpe kísérlete elbukott. Azóta több mint egy évtized telt el. Számtalan modellt illesztettek, design-mátrixok seregeit vették számba, khi-négyzetek ezreit sorakoztatták fel. Mégis, kevés lényegi újdonság derült ki. Teljes részletességgel írhatók már le a szűk kereszttáblába szorított apai és fiúi foglalkozás cellagyakoriságai, ám az ehhez kapcsolódó értelmezés ad hoc, az elmélet szegényes. [...] Mindez visszalépést jelent a statisztikailag egyszerűbb, de koncepcionálisan összetettebb Blau-Duncan paradigmához képest."*[1]

(Idézet Jonathan Kelley 1990-es *The failure of a paradigm* című, több kritikát provokált tanulmányából)

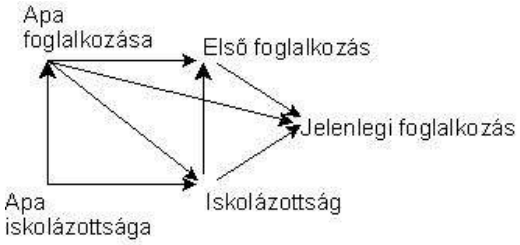
[1] A szerző fordítása.

## A kutatás fókusza

A mottóbeli idézet jól rávilágít a dolgozat tárgyát képező új statisztikai módszerek megjelenése előtti helyzetre, amikor Goldthorpe illetve Blau és Duncan megközelítése még nem volt egyszerre megvalósítható. Ezeknek az új módszereknek a birtokában azonban már nem zárja ki egymást a két megközelítés. Ugyanis a **grafikus modellek** kategoriális változókon értelmezettek, mint Goldthorpe loglineáris paradigmája, ugyanakkor a Kelley által preferált Blau-Duncan-paradigmához hasonlóan oksági láncok kezelésére, direkt és indirekt hatások megkülönböztetésére is alkalmasak. A grafikus modellek könnyen vizualizálható és jól interpretálható módon jelenítenek meg komplex rendszereket, és modulárisak, vagyis e komplex rendszereket egyszerűbb részek összekapcsolásával építik fel. Lehetőséget adnak például az alábbihoz hasonló bonyolult asszociációs struktúrák leírására (itt két pont között az él / nyíl hiánya mindig feltételes függetlenségi állításoknak feleltethető meg)[2]:




Az elméleti modell változtatása egyszerűen követhető a gráf módosításával. Például az alábbi klasszikus modellben[3]




megfontolandó az iskolázottság és a jelenlegi foglalkozás közötti egyirányú nyíl irányítatlan élre cserélése, hiszen ma a műszaki-technikai haladás révén már egy adott szakmában is állandósulhat a változás, amellyel az érintetteknek lépést kell tartaniuk, ami viszont csak az ismeretek folyamatos gyarapításával lehetséges. Vagy más példával: ha a modellt a rendszerváltás előtti kelet-európai országokra alkalmazzuk, akkor az apa iskolázottsága és a jelenlegi foglalkozás közé nyíl húzható, mivel a magas iskolázottságú apáktól származó, negatívan diszkriminált utódok munkába állásukat követően kulturális tőkéjük és érvényesülési törekvéseik révén gyakran mégis kedvező pozíciókat szereztek a munkaerőpiacon.[4]

---

[2] Forrás: Cox, D. R., Wermuth, N. (2001).
[3] Blau-Duncan modell (Blau, Duncan, 1967).
[4] Ez utóbbi Boguszak et al. (1990) a Blau-Duncan modell módosítására vonatkozó javaslata, az értekezésben részletesen is foglalkozom majd vele.

A grafikus modelleknek alapvetően három típusa ismert. Az **irányítatlan** (csak vonalakat tartalmazó gráfok) esetén a változók között egyenrangú kapcsolatot tételezünk fel. Előfordulnak ugyanakkor olyan esetek is, amikor a változók szereposztása nem szimmetrikus, ami annak felel meg, hogy X hathat Y-ra, de Y nem hathat X-re. Ilyen szituációban az irányítatlan gráfok használata természetellenes lenne, ez motiválta az **irányított körmentes** gráfok bevezetését, ahol a változók közti nyilak az aszimmetrikus függő-független szereposztást jelölik. Kézenfekvőnek látszik ugyanakkor olyan modellek bevezetése is (ezek a **láncgráfok**), ahol az irányított kapcsolat mellett megengedünk szimmetrikus, irány nélküli kapcsolatokat is. Ezek pl. olyan esetek lehetnek, ahol nem ismert, hogy $x$ okozza $y$-t vagy fordítva (nyíl lenne a megfelelő, de nem tudjuk, hogyan irányítsuk), vagy ahol $y$ visszahat $x$-re, vagy ahol az $x$ és $y$ közötti kapcsolatot egy harmadik, nem mért változó okozza. A grafikus modellek statisztikai leírása még nem tekinthető minden elemében lezártnak, ez a terület jelenleg is igen aktív. Az irányítatlan gráfokra épülő grafikus modelleknek (másnéven a Markov-féle véletlen mezőknek) például térstatisztikai és képfeldolgozási felhasználásai ismertek. Az irányított körmentes gráfokat napjainkban elsősorban a mesterséges intelligenciakutatás szakértői rendszerekkel (*expert systems*) foglalkozó ága alkalmazza. A láncgráfok olyan alkalmazási kontextusban fordulhatnak elő, amikor bizonyos változócsoportok *között* aszimmetrikus kapcsolat van (longitudinális vizsgálat időpont szerint rendezett változói, vagy keresztmetszeti vizsgálat ok-okozati sorba rendezhető magyarázó / közbülső / kimeneti változóhalmazai), míg a változócsoportokon *belül* szimmetrikusak a relációk. A láncgráfok vizsgálata néhány éve kezdődött, a grafikus modelleknek ez a legkevésbé kidolgozott ága.

A disszertáció módszertani alapkérdése a kontingenciatábla olyan paraméterekkel történő **felparaméterezés**e, amelyekkel könnyű a grafikus modellek megadása. A felparaméterezés a táblát egy-egyértelműen meghatározó mutatók megadását jelenti. Pl. 2X2-es tábla esetén lehetséges paraméterezés a négy cellagyakoriság megadása, egy másik paraméterezés a mintanagyság, az első sormarginális, az első oszlopmarginális és az első cella a megadása; egy harmadik lehetőség az esélyhányados és három cella megadása. Mindhárom esetben leírható az a modell, amely a táblát definiáló két változó függetlenségét állítja, de a specifikálás az utolsó esetben a legkönnyebb, az esélyhányados 1-re történő állításával. Megkerülhetetlen kérdés tehát, hogy a rendelkezésre álló paraméterezések közül melyiket válasszuk a kontingenciatábla gyakoriságainak leírására. Ugyanis, ahogyan már említettem, (1) a grafikus modell ezeknek a paramétereknek bizonyos megszorításaival (általában néhány paraméter nullára állításával) adható meg. Továbbá (2) azokban a gyakori esetekben, amikor a cél egy jól illeszkedő gráf (azaz az ezáltal prezentált modell) élei (a modellben szereplő hatások) elhagyhatóságának a tesztelése, akkor ezt a paramétermegszorítások fokozatos feloldásával (*stepwise* - lépegetve) érhetjük el. Ugyanennek a az esetnek a megfelelője, amikor rosszul illeszkedő gráf javítása a cél, és bizonyos élek behúzásának hatását teszteljük a paramétermegszorítások fokozatos feloldásával. Végül (3) a modellhez tartozó eloszlás értelmezése a becsült paraméterek interpretációjával történik. Mindhárom esetben azon múlik az eredményünk, hogy a tábla paraméterezése milyen paramétereket tartalmaz. Nem megfelelő paraméterezés esetén előfordulhat, hogy (1) nem világos, a modellt hogyan, a paraméterek milyen megszorításával definiálhatjuk, (2) a lépegetős módszer egyes lépéseinél az él elhagyását/behúzását nem tudjuk, hogyan feleltethetjük meg a paraméterek megszorításának/feloldásának, (3) a modellhez tartozó eloszlás paraméterei nem a modellezett jelenség minket érdeklő jegyeihez tartoznak.

Ezeknek a problémák a **grafikus modellek marginális loglineáris paraméterekkel** történő megadásával kerülhetők el. Megfelelő paraméterezés esetén biztosított, hogy a fenti elvárások teljesülnek, azaz az élek elhagyása egyszerűen megfeleltethető bizonyos paraméterek nullára állításának, és a modell paraméterei kézenfekvő módon interpretálhatók. A dolgozat fő módszertani eredményei a paraméterek megfelelő megválasztásával és interpretálásával kapcsolatosak.

A **marginális loglineáris paraméterek** a hagyományos loglineáris paraméterektől abban térnek el, hogy nem csak az összes változó együttes eloszlása, hanem bármely marginális eloszlás mellett definiálhatunk paramétereket, így finomabban tudunk hatásokat modellezni velük. Ezzel az általánosítással ugyanakkor a hagyományos loglineáris paraméterezésnél sokkal összetettebb keretet kapunk. Például az irodalomban többször előkerül az a probléma (mint Bergsma és Rudas (2002) felsorolja: Liang et al. (1992), Glonek és McCullagh (1995) és Kaumermann (1997)), hogy bizonyos paraméterek értékének előírása a többi paraméterre is hatással van, korlátozza lehetséges értékeik körét. Emiatt előfordulhat, hogy egy modell megadásánál olyan értékeket adunk paramétereinknek, amik nem egyeztethetők össze, így tudtunkon kívül üres, nem létező modellt definiálunk. Bizonyos jól használható, általános kritériumok teljesülése esetén azonban ezek a problémák elkerülhetők: nem fordulhat elő, hogy a paraméterértékek inkompatiblitása miatt a modell nem létezik, továbbá a paraméterek értékei egymástól függetlenül interpretálhatók. Ezen kívül a modellek illeszkedése valószínűség-hányados próbával tesztelhető, a modelleknek megfelelő maximum likelihood-becslés egyértelműen létezik és előállítható, és konfidencia-intervallum konstruálható hozzá. Ez utóbbi tulajdonságok is csak a disszertációban tárgyalt feltételek esetén teljesülnek, de általánosságban nem; pl. már olyan egyszerű modell esetén sem, ami két változó marginális és feltételes függetlenségét egyszerre állítja („az egyetemi felvételi sikeressége független a felvételiző nemétől, összességében és szakonként is”).

A grafikus modellek kvantitatív empirikus **szociológiai alkalmazhatósága** elsősorban a mobilitás-kutatáson belül, a státuszelérési folyamat különféle modelljeivel kapcsolatban merülhet fel. Ezek a megközelítések tipikusan oksági folyamatmodellekkel követik a társadalmi dinamikát, kategoriális változókat használva – mint a származási osztálypozícióból az elért osztálypozícióba vezető út társadalmi mobilitási modelljei, vagy a származási osztálypozícióból a megszerzett iskolai végzettséghez vezető út egyenlőtlenség-kutatási modelljei. A mobilitás-kutatás választásával, azt hiszem, nem szűkítem le túlságosan tárgyamat, hiszen a mobilitás-kutatás módszereinek bővülése általában szorosan követi az általános statisztikai módszerek fejlődését, sőt néha generálja is azt. Ez a kérdés ugyanakkor nem redukálható a statisztikai előnyök vizsgálatára, a grafikus modelleknek, más statisztikai módszerekhez hasonlóan, a koncepcionális előfeltételei is fontosak. E koncepcionális előfeltételeket a kutatás elméleti paradigmái képviselik - a mottó megválasztásával, Kelly idézésével célom volt az is, hogy a módszernek a mobilitás-kutatás paradigmái között való elhelyezkedését felvillantsam. Goldthorpe elméleti megközelítése a társadalmi osztályokat kategoriális változóval operacionalizálja, a strukturális változásoktól független mobilitási esélyeket helyezve a középpontba, ezért volt szüksége a loglineáris módszerre. Blau és Duncan mobilitási csatornákat kívánt követni, ezért használt útmodelleket. A grafikus modellekkel mindkét cél megvalósítható.

# Célok

**Céljaim összefoglalóan a következők: a módszertan elméleti finomítása, szociológiai alkalmazhatóságának körüljárása, néhány saját alkalmazás elkészítése, illetve a számítástechnikai megvalósítás kidolgozása.**

A fogalmi háttér bemutatása, az irodalmi áttekintés a jelen téma esetében kikerülhetetlen feladat. A **láncgráfok leírása** ugyanis még nem kanonizálódott, több kutató foglalkozik velük párhuzamosan, gyakran más-más, egymásra nem reflektáló megközelítésekben. A disszertációban ezeket a munkákat rendszerezve mutatom be, megvizsgálva az eltérő megközelítések következményeit is.

Elsődleges kérdésem az, hogy a grafikus modellek három típusára **definiálható-e** olyan általános eljárás, amely a fent felsorolt előnyös tulajdonságokat biztosító **marginális loglineáris paraméterezés**t adná. A három típuson kívül ugyanezt a kérdést teszem fel a szociológiában közismert útmodellek kategoriális megfelelőjével kapcsolatban is, amik az általános grafikus modellektől a magasabbrendű hatások elhagyhatóságában különböznek.

Az alkalmazási területtől független **általános módszertani alternatívákkal történő összevetés**t is meg kívánom valósítani, különös tekintettel két módszerre. Az egyik a strukturális egyenletek modell (SEM), ami az eredeti Blau-Duncan-féle útelemzés általánosítása, és a grafikus modellhez sok szempontból hasonlít. A másik módszer a grafikus modellek előzményének tekinthető, ám sok kérdést nyitva hagyó Goodman-féle módosított útmodell.

A grafikus modellek kvantitatív empirikus szociológiai alkalmazhatóságát a **mobilitás-kutatás**on belül, az **alkalmazás koncepcionális feltételei**nek vizsgálatával és a **módszertani alternatívák**kal való összehasonlítással szeretném bemutatni. E cél érdekében egy módszertan-történeti rendszerezést tervezek, illetve a mobilitás-kutatás kurrens eszközeit is át kívánom tekinteni. Terveim között szerepel továbbá egy, a **legismertebb mobilitáskutatási gráfmodelleke**t (Blau-Duncan-, Treiman-, Wisconsin-modell) és azoknak az irodalomban javasolt variánsait érintő áttekintés, ahol azt mutatom meg, milyen jelentésbeli módosulásokat eredményezne, ha grafikus modellként értelmeznénk azokat.

Néhány **saját szociológiai alkalmazás**t is tervezek bemutatni, a módszer alkalmazhatóságát illusztrálandó. Ezek célja elsősorban a kutatási hagyományok keretei között való elhelyezés, másodsorban a technikai részletek bemutatása.

Mivel a módszer még fejlesztés alatt áll, ezért alkalmazása nem terjedt el, nincsenek számítástechnikai eszközök sem a modellek illesztésére, sem a paraméterek becslésére. Ezért céljaim között szerepel a módszer **számítástechnikai megvalósítás**a is, más esetekre is könnyen adaptálható programmal.

Szeretném elérni, hogy a disszertációmat elolvasó, kellő módszertani felkészültséggel bíró **szociológus akár használni is képes legyen** a módszert. Ezért a disszertációban a társadalomtudományi alkalmazhatóságra koncentrálok, a matematikai apparátust igyekszem a lehető legszűkebbre vonni. Viszont a formalizmust mindig egyszerű számolásra is lefordítom, a számok interpretációját szociológiai példákon szemléltetem, a kvantitatív társadalomtudományokban közismert példákat citálok (a gólyák és a háztetők esete, Simpson-paradoxon), kurrens kutatási szemléltetéseket (pl. a *deliberative poll* kísérleti elrendezése)

használok. A potenciális felhasználó számára az alkalmazás minden lépését igyekszem bemutatni: hogyan alakítsuk ki a gráfot, vonalat vagy nyilat használjunk, mik a gráf módosításának következményei, milyen statisztikai programot használjunk, hogyan interpretáljuk az eredményeket.

## A disszertáció áttekintése

**Disszertációm négy nagy részre tagolható. Az első rész a marginális loglineáris paraméterezésre koncentrál, a második a grafikus modellekre, a harmadik (az előző kettő metszéspontjában) a grafikus modellek marginális loglineáris paraméterezésével foglalkozik. Az utolsó, legnagyobb terjedelmű rész középpontjában az alkalmazások állnak**: általános alkalmazási problémák, majd a szociológiai használat koncepcionális keretei, végül saját, részben már publikált alkalmazásokat is mutatok, függelékben csatolva a számítástechnikai megvalósítást.

Az **első rész** (2. fejezet) elején (2.1 fejezet) a hagyományos, és eléggé közismert loglineáris modelleket ismertetem olyan megközelítésben, ami megkönnyíti a marginális loglineáris modellekre történő általánosítás megértését. A modell fogalmának rögzítésére, a paraméterek értelmezésére és előnyös tulajdonságaira koncentrálok. Ezek az előnyös tulajdonságok itt még teljesülnek, de a marginális esetben már nem feltétlenül. Itt szerepel az a tétel is (1. tétel), amit a későbbiekben sokszor használok majd, és két változónak az összes többire vett feltételes függetlenségének paraméterekkel történő megfogalmazását teszi lehetővé.

A marginális loglineáris modellek (2.2. fejezet) bevezetésénél a legfontosabb annak megmutatása, hogy a hagyományos loglineáris paraméterezés csak egy a sok lehetséges marginális loglineáris paraméterezés közül. Ez a többféle paraméterezés ugyanannak a hatásnak többféle marginálison belüli megadhatóságán alapul. A jól ismert Simpson-paradoxonon mutatom meg, milyen jelentősége van annak, hogy melyik marginálist választom egy hatás megadásához. Az alfejezet alappéldája a *deliberative poll* kutatási módszer, ami nagyon alkalmas keret marginális modellek megfogalmazására. Másik szociológiai utalásként megmutatom, hogy az egyik bevett kurrens mobilitáskutatási módszer, a *unidiff* modell is marginális modellre épül.

A hagyományos loglineáris paraméterezés egyszerű és a bevezetőben felsorolt valamennyi előnyös matematikai tulajdonsággal rendelkező paraméterezés. Ezzel szemben általánosítása, a marginális loglineáris paraméterezés jóval tágabb, így sokkal nehezebben kezelhető keret: nem minden marginális paraméterezés rendelkezik ezekkel az előnyös tulajdonságokkal. A 2. fejezet folytatásában ezeket a tulajdonságokat veszem sorra (2.3. fejezet), megadva azokat az elégséges feltételeket, amelyek a kívánatos tulajdonságok teljesülését biztosítják. Hogy a probléma fontosságát illusztráljam, minden tulajdonság esetén mutatok szociológiai példát a tulajdonsággal nem rendelkező paraméterezésre. Az egyik ilyen tulajdonság pl. a variációs függetlenség. Ezzel kapcsolatban megmutatom, hogy ha a roma kisebbséggel szembeni attitűdöt tematizáló *deliberative poll* esetén egy-egy csoportban úgy mérjük a vita hatását, hogy kiszámoljuk a különbségét a vitán részt vetteken ill. a vitán részt nem vetteken belül érvényes elfogadó attitűd-aránynak, akkor ezzel nem tudjuk megfelelően értékelni a vita csoportonkénti hatását, mert a mérőszám maximális értéke variációsan függ a tábla marginálisaitól. Vagyis ezek a paraméterek nem függetlenek variációsan.

Disszertációm **második nagy rész**ét a grafikus modelleket tárgyaló 3. fejezet alkotja. A 3.2. fejezetben a későbbieket megalapozó gráfelméleti definíciókat és jelöléseket közlök. Az egyes szerzők, bár ritkán reflektálnak erre a tényre, nem használnak egységes definíciót a láncgráfokra. A 3.2. fejezetnek egyik legfontosabb részében a definíciós különbségek következményeit is számba véve karakterizálom a láncgráfokat, 1-es és 2-es típusú láncgráfokat különböztetve meg.

A grafikus modellek a változók közötti feltételes függetlenségekkel adhatók meg. A feltételes függetlenség tulajdonságaival a 3.3. fejezet foglalkozik. E fejezet véleményem szerint különösen érdekes, hiszen a feltételes függetlenség, mint logikai rendszer – fontos következményekkel járó – karakterizációját, illetve különféle, az információelméleti alkalmazások kiindulópontját megmutató általánosításait is tartalmazza. A feltételes függetlenség (C1)-(C6) levezetési szabályai is szerepelnek a 3.3. fejezetben, ezeknek később nagy jelentősége lesz, elsősorban a gráfok és a feltételes függetlenségek megfeleltetésénél (3.7. fejezet). A 3. fejezet további részében az irányítatlan gráfokat (3.4. fejezet), az irányított körmentes gráfokat (3.5. fejezet), illetve a legáltalánosabb láncgráfokat (3.6. fejezet) ismertetem.

A kategoriális változókon értelmezett gráfmodellek gazdagabb struktúrát adnak, mint a többváltozós normális eloszláson értelmezettek. Ennek a különbségnek az oka, hogy a páronkénti $A \perp B$ és $A \perp C$ feltételes függetlenségek csak az utóbbi esetben ekvivalensek az együttes függetlenséggel, $A \perp BC$ -vel. Ezért van jelentősége kategoriális esetben több különböző szabály definiálásának a feltételes függetlenségek gráfból történő kiolvasására. Ha pl. a gráfban $A$ nincs összekötve sem $B$-vel, sem $C$-vel akkor az egyik szabály (un. páronkénti Markov-tulajdonság) szerint csak $A \perp B$ és $A \perp C$ teljesül, de egy másik szabály (a lokális Markov-tulajdonság szerint) $A \perp BC$ is igaz. Ez a két szabály normális eloszlás mellett nem különbözik egymástól. Ezek a szabályok, konkrétan a páronkénti, lokális, blokk-rekurzív és globális Markov-tulajdonságok közötti implikációs viszonyok képezik a 3. fejezet legfőbb eredményeit. Mivel a láncgráfokat különböző szerzők különbözőképpen közelítik meg, ezen a gráftípuson négy különböző típusa adható meg az egyes Markov-tulajdonságoknak (lásd a tézisek között szereplő 1. táblázat négy sorát). A fejezet végére kiderül, hogy pozitív eloszlás feltételezése mellett irányítatlan ill. irányított gráfokon a különböző Markov-tulajdonságok mellett definiált három elvileg elképzelhető modell mindegyike ekvivalens, láncgráfokon pedig a tizenhat elvileg elképzelhető modell valójában hétre szűkül (lásd az 1. táblázatot).

Hogy ne csak a letisztult végeredményeket mutassam be, hanem mélyebb megértésük érdekében a hozzájuk vezető utat is, két önálló fejezetet szenteltem az elmúlt években szerzőtársaimmal végzett kutatásom jellegzetes, részben választ nyert, részben zsákutcában maradt problémáinak (3.7. és 4.3. fejezet). Ezt a két fejezetet különösen fontosnak tartom a még nyitva maradt, az 5. fejezetben felsorolt módszertani kérdések nehézségének és lehetséges megoldási útjainak a megismertetése szempontjából. A 3.7. fejezet a gráfok és a feltételes függetlenségi állítások megfeleltetésének problémáit mutatja be. Ide tartozik az az egyszerűnek látszó probléma, hogy egy adott $F$ függetlenség igaz-e az adott gráf és az adott Markov-tulajdonság mellett. Itt a nehézséget az adja, hogy $F$ nem feltétlenül adódik közvetlenül a gráfból a Markov-tulajdonsággal kiolvasható függetlenségek $L$ listájának tagjaként – lehet, hogy nincs köztük felsorolva, de azokkal ekvivalens, vagy azok következménye. Ennek belátásához nem-triviális esetben a (C1)-(C4) levezetési szabályok használata is szükséges. Mivel azonban a feltételes függetlenség, mint logikai rendszer nem teljes (azaz vannak le nem vezethető, de igaz állításai), előfordulhat olyan eset, amikor az $L \rightarrow F$ belátásához a (C1)-(C4) közé nem tartozó, de egyébként igaz szabályt kellene felhasználni. Az $L \rightarrow F$ összefüggés tehát bizonyos esetekben

bizonyítható a négy levezetési szabállyal, de ha segítségükkel nem sikerül igazolnunk az összefüggést, az még nem feltétlenül nyer cáfolatot. A 3.7. fejezetben számbaveszem mindazokat a kérdéseket, amelyek erre a problematikára vezethetők vissza. Ide tartozik pl. egy adott gráfon két különböző Markov-tulajdonsággal definiált modell ekvivalenciájának eldöntése, vagy két különböző gráf ugyanazon tulajdonság melletti ekvivalenciájának a kérdése. Ezek a hétköznapi gyakorlatban is fontos problémák, hiszen az adatainkhoz illeszkedő gráf kiválasztásánál megkerülhetetlen kérdés, hogy vajon két különböző gráf tényleg különböző modellt definiál-e adatainkon, és ha igen, akkor melyik feltevésében különbözik valójában a kéznél levő két modell.

Az elméleti kérdések után az alkalmazásra térve, a szociológiai gráfmodelleket bemutató 3.8. fejezetben a két talán legismertebb modellt, a Blau-Duncan és a Wisconsin modellt, illetve ezeknek az irodalomban megtalálható variánsait vizsgálom részletesebben. Megvizsgálom, hogy különböző Markov-tulajdonságok alkalmazása esetén különbözik-e a kapcsolódó modell is. Bemutatom, milyen következményekkel járnak átalakításaik (új élek bevonása, élek törlése, nyíl vonalra vagy vonal nyílra cserélése). Látunk olyan példát, amikor az átalakítással szűkebb vagy tágabb modellt kapunk, és látunk olyan példát is, amikor a gráf átrajzolása ellenére a modell változatlan marad.

A **harmadik rész** (4. fejezet) a grafikus modellek marginális loglineáris paraméterezésével foglalkozik. Ez a fejezet az előző két rész eredményeit egyesíti: a 3. fejezetben leírt grafikus modelleket a 2. fejezetben bemutatott paraméterezéssel definiálja, a paraméterezés előnyös tulajdonságait biztosító, 2. fejezetben megadott feltételek mellett. A kategoriális grafikus modellek paraméterezésének első kísérletei között szokás említeni Goodman módosított útmodelljeit. A paraméterezés nehézségeinek bemutatása céljából külön is foglalkozom ezzel a kísérlettel (4.1. fejezet), kiemelve a goodman-i megközelítés általánosításának problémáit. Ezekkel a problémákkal vezetem be a 4.2. fejezetet, ahol a problémák lehetséges megoldási módját vázolom. Hogy megfelelőképpen előkészítsem az egyes grafikus modell-típusok konkrét paraméterezésével foglalkozó 4.4.-4.7. fejezetet, a 3.7. fejezethez hasonló problémafelvető alfejezetet iktattam közbe (4.3. fejezet) a feltételes függetlenségek és a paraméterek megfeleltetésének problémáiról. E problémák kiindulópontja az a feltevés, hogy a grafikus modellek marginális loglineáris paraméterekkel történő felparaméterezésekor kiindulópontunk az 1. tétel lehet, amely az $X \perp Y \mid Z$ feltételes függetlenségnek az $X \cup Y \cup Z$ marginálison belüli paraméterezését adja meg. Valóban, kézenfekvő lenne a tétel alkalmazásával a grafikus modellt úgy paraméterezni, hogy az általa implikált $F_1, F_2, \ldots, F_n$ feltételes függetlenségeket a nekik megfelelő $M_1, M_2, \ldots, M_n$ marginálison belül paraméterezzük. Azonban, ha – a paraméterezés előnyös tulajdonságait implikáló – hierarchikus és rendezett módon dekomponálható paraméterezést szeretnénk elérni, az ezen a módon nem mindig lehetséges.

Ez probléma nem lép fel az irányítatlan gráfra épülő, pozitív eloszlást feltételező modellek esetén, ezek egyszerűen paraméterezhetők (4.4. fejezet). Irányított körmentes gráfoknál az említett probléma fellép ugyan, de elegánsan megoldható egy, a lokális Markov-tulajdonsággal ekvivalens tulajdonság bevezetésével (4.5. fejezet). A megoldást a Blau-Duncan modell paraméterezésével szemléltetem.

A 4.6. fejezet szerint nem ilyen egyszerű a helyzet láncgráfok esetében. A láncgráf az irányított körmentes gráf általánosítása, s mint ilyen, annál lényegesen komplikáltabb, néha irreguláris modelleket definiál. A láncgráfokhoz tartozó hétféle modellosztály paraméterezése, mint a 4.1. és 4.3. fejezet példái mutatják, számos problémát vet fel. Amit tudunk, az az, hogy a

hétből három modellosztálynak biztosan nem létezik hierarchikus paraméterezése. Jó lenne azonban, ha ezeknek az osztályoknak a hierarchikus paraméterezést lehetővé tevő alosztályainak létezne karakterizációja. A másik négy modellosztály általános paraméterezésére (még) nincsen ismert eljárás, egyedi esetekben azonban megadható jó paraméterezés. Ezt az egyedi lehetőséget a 4.6. fejezet végén, a Blau-Duncan modell Boguszak és társai által javasolt láncgráf-variánsával szemléltetem. A tézisek között szereplő 1. táblázat foglalja össze a 4.6. fejezet lényegét, a láncgráfok elvileg tizenhat, gyakorlatilag hét modellosztályáról jelenleg rendelkezésre álló ismereteket.

Goodman módosított útmodelljeinek megvalósításaként a 4.7. fejezetben kategoriális útmodellek paraméterezését mutatom be. Ezek a modellek a feltételes függetlenségi megszorításokon kívül további magasabbrendű hatások elhagyását is lehetővé teszik, tehát a grafikus modelleknél általánosabb modellek. A gyakorlat számára hasznosak lehetnek, hiszen lehetővé teszik pl. olyan kézenfekvő modellek megadását, amik csupán a gráf nyilaihoz közvetlenül kapcsolódó másodrendű hatásokat engednek meg.

Az irányítatlan és irányított körmentes gráfok megfelelő paraméterezésére tehát létezik általános eljárás, a láncgráfoknál ilyen csak egyedi esetekben adható. A 2. fejezet eredményeiből következik, hogy ezek a paraméterezések olyanok, hogy a modelleknek megfelelő maximum likelihood-becslés egyértelműen létezik és előállítható, ill. a modellek illeszkedése valószínűség-hányados próbával tesztelhet. A maximum likelihood-becslés ill. az illeszkedésteszt kivitelezését a 4.8. fejezetben mutatom be. Itt térek ki a grafikus modellek vizsgálatnál gyakran előálló egymásbaágyazott modellek összevethetőségére, és (a Blau-Duncan modell alapján) a szabadságfok kiszámítására is.

Az 5. fejezetben sorolom fel a még nyitva álló módszertani kérdéseket, ezek nagyrészt a fenti táblázat kérdéses pontjaival ill. a láncgráfok két (1-esnek és 2-esnek nevezett) típusának viszonyával kapcsolatosak.

A **harmadik rész** az alkalmazásokra fókuszál. Az általános alkalmazás gyakorlati problémáit bemutató 6.1.1. fejezetben a hétköznapi gyakorlati praxis olyan konkrét problémáit veszem sorra, mint a gráf kialakítása, a gráf módosításának következményei, a paraméterek interpretációja. Az ok-okozatiság bonyolult problémájának érintésével kitérek rá, mikor lehet indokolt vonal helyett nyíl használata. Bemutatok néhány olyan csúcs-él konfigurációt (6.1.2. fejezet), melyek klasszikus asszociációs problémákat (hamis függőség, hamis asszociáció, kiválasztási torzítás) fednek, és alkalmasak arra, hogy nagyobb gráfokban is hasonló összefüggéseket segítsenek felismerni. A 6.1.3. fejezetben megmutatom, hogy a klasszikus Wright-féle útelemzéshez hasonlóan a grafikus modellek esetén is megkülönböztethetünk direkt és indirekt hatásokat.

A strukturális egyenletek modell, ami az eredeti Blau-Duncan-féle útelemzés általánosítása, a grafikus modellhez sok szempontból hasonlít: mindketten gráffal szemléltetik az asszociációs struktúrát, a változók közötti oksági kapcsolatok útvonalai ugyanúgy követhetők, és a direkt és indirekt hatások is ugyanúgy megfoghatók mindkét esetben. Így bizonyos értelemben vetélytársaknak tekinthetők, ezért szántam önálló fejezetet összevetésüknek (6.1.4. fejezet).

A grafikus modellek kvantitatív empirikus szociológiai alkalmazhatóságát az 6.2. fejezetben, a mobilitás-kutatáson belül vizsgálom. A módszer kontextusba helyezését a mobilitás-kutatási módszerek és fogalmak több évtizedes történetének szempontomból releváns pontjainak kiemelésével próbálom elvégezni. Áttekintem az ’50-estől a ’90-es évekig terjedő időszak három

nagy kutatási paradigmáját (ISA-, Blau-Duncan-, loglineáris paradigma), majd a kortárs módszerek közül elsősorban a unidiff modellt vizsgálom (ennek kitérek egy konkrét vonására, a mobilitási esélyek változását jellemző modellparaméter strukturális hatásoktól való függőségére is). A grafikus modellek alkalmazási feltételeit és alternatíváit mindezek tükrében elemzem.

A 7. fejezetben néhány saját alkalmazást részletesebben is bemutatok, ezek egy része már publikált mobilitás-kutatási alkalmazás. Utóbbiak összefoglalásánál arra a célra koncentráltam, hogy megmutassam, a grafikus modellek módszere beilleszthető az adott kutatási hagyomány keretei közé, eredményei összevethetők más kutatásokéval. A nem publikált, módszertanilag bonyolultabb alkalmazásokban inkább a statisztikai munka hangsúlyos. Itt mutatok majd példát klasszikus szociológiai gráfmodellek friss adatokon történő illesztésére, a modellek módosításának tesztelésére, látunk majd példát klasszikus adatok új modellel történő magyarázatára, illetve paneladatokon történő alkalmazásra is.

A paraméterbecslés és modellillesztés konkrét (Mathematica és SPSS programjaimmal történő) számítástechnikai módját a Függelékben, a 9. fejezetben mutatom be.

## Új eredmények

**I. tézis** (Publikáció: Rudas, Bergsma, Németh, 2006. A disszertációban: 4.5. fejezet.)

**A kategoriális adatokon definiált irányított körmentes gráfok felparaméterezhetők marginális loglineáris paraméterekkel úgy, hogy bármely értékadás mellett garantált a modellek létezése, a paraméterek értékei kézenfekvő módon és egymástól függetlenül interpretálhatók, továbbá a modellek illeszkedése valószínűség-hányados próbával tesztelhető, és a modelleknek megfelelő maximum likelihood-becslés egyértelműen létezik és előállítható.**

**II. tézis** (4.6. fejezet)

**A láncgráfok hét[5] modellosztálya közül háromnak biztosan nincsen hierarchikus paraméterezése. Ezek az alábbi táblázat világos színnel jelölt celláihoz tartoznak.**

**1. táblázat. A láncgráf-modellek típusai, kategoriális változók és pozitív eloszlás esetén. Sötét háttér = mindegyik sima modell, világos = van köztük nem sima, fehér = kérdéses, =: ekvivalencia, ⇒: implikáció.**

| *Típus* | *Markov-tulajdonság* | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1-es (LWF, leginkább feltételes) | Globális | = | Blokk-rekurzív | = | Lokális | = | Páronkénti |
| 2-es (AMP) | Globális | = | Blokk-rekurzív | ⇒ | Lokális | = | Páronkénti |
| 3-as | | | Blokk-rekurzív | ⇒ | | | Páronkénti |
| 4-es (leginkább marginális) | | | Blokk-rekurzív | ⇒ | | | Páronkénti |

[5] Az (1. táblázat négy sorának és négy oszlopából adódó) elvi tizenhatból csak tizenkettőt ismertet az irodalom, ezek közül öt ekvivalens a maradék hét valamelyikével. A táblázat üres celláinak megfelelő modelleket nem definiálja az irodalom.

**III. tézis** (4.3. és 4.6. fejezetek)

**Ha a láncgráfok négy másik modellosztályának (a fenti táblázat fehér és sötét celláinak) valamelyikébe tartozó láncgráf-modell paraméterezését kézenfekvő módon, az általa implikált F1, F2, ..., Fn feltételes függetlenségeknek a nekik megfelelő M1, M2, ..., Mn marginálisokon belüli paraméterezésével próbáljuk elvégezni, akkor**

- **a kapott paraméterezés nem feltétlenül hierarchikus (inkompatibilitás léphet fel az egyes feltételes függetlenségeknek megfelelő nullparaméterek között: ugyanaz a null-hatás két különböző marginális mellett is előfordulhat, illetve kisebb marginális melletti nem-nulla hatás egy nagyobb marginális mellett nulla lehet), ill.**
- **nem feltétlenül rendezett módon dekomponálható (erre 2-es típusú láncgráfra épülő példa adható).**

**IV. tézis** (4.3. fejezet)

**Az előző tézisben említett, a hierarchikus paraméterezéssel kapcsolatos probléma egyedi esetekben megoldható az F1, F2, ..., Fn feltételes függetlenségeknek a (C1)-(C4) levezetési szabályokat felhasználó átalakításával. Arra azonban nincs garancia, hogy ez minden esetben alkalmazható megoldás. A feltételes függetlenség, mint logikai rendszer nem-teljessége folytán a (C1)-(C4) levezetési szabályok nem minden esetben elegendőek két, egyébként ekvivalens állítás ekvivalenciájának bebizonyítására. A nem-teljesség meghatározásából adódóan ez a probléma sem a négy szabály kibővítésével, sem azok kicserélésével nem oldható meg.**

**V. tézis** (4.1. fejezet)

**A Goodman-féle módosított útmodellek Goodman által ajánlott paraméterezése problematikus, mert**

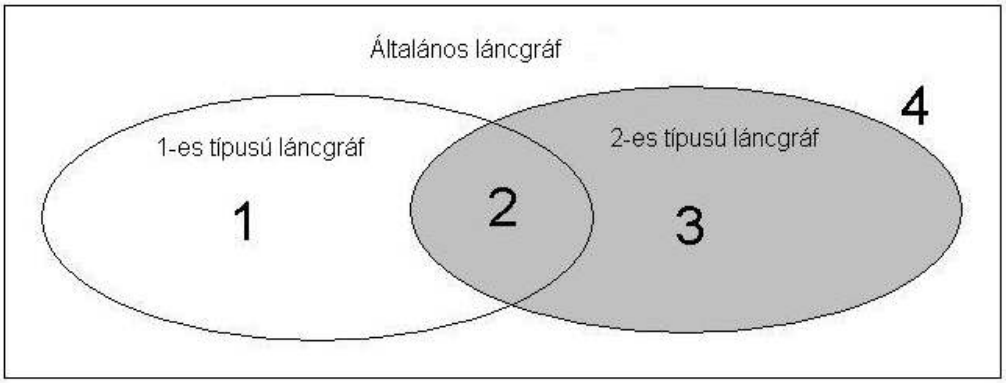
1. **a valószínűségek szorzat alakban történő megfelelő előállítása az IKG csúcsainak részbenrendezettsége miatt nem mindig kivitelezhető közvetlenül,**
2. **a kötött paraméterek előállítása nem egyértelmű, és nem mindegyik előállítás olyan, hogy a kötött paraméterek 0-ban való rögzítése adná a modellt,**
3. **nem mindegyik előállítás mellett feleltethetők meg a modellt definiáló feltételes függetlenségek és a kötött paraméterek közvetlenül egymásnak, végül**
4. **a paraméterezés előnyös tulajdonságainak (pl. rendezett dekomponálhatóság) teljesülése nincsen garantálva.**

**VI. tézis** (Publikáció: Rudas, Bergsma, Németh, 2006. A disszertációban a publikációban közöltnél általánosabb eredmények: 4.7. fejezet)

**Viszont a Goodman-féle módosított útmodellek megfelelően paraméterezhetők marginális loglineáris paraméterekkel, az I. tézisben felsorolt előnyök mellett.**

**VII. tézis** (3.2., 3.6.1., 3.6.2. fejezetek)

**Az irodalomban általában figyelmen kívül hagyott tény, hogy az alkalmazott láncgráf-meghatározás nem egységes. Alapvetően kétféle definíció különböztethető meg: az 1-es (Frydenberg, 1990a, Lauritzen, 1996, Andersson et al., 2001, Lauritzen, Richardson, 2002, Drton, 2008) ill. a 2-es (Whittaker, 1990, Cox, Wermuth, 1996) típusú láncgráf. Van olyan gráf, ami a 2-es definíció szerint láncgráf, de az 1-es szerint nem az. Míg az 1-es típusú láncgráfnak az irányítatlan és irányított körmentes gráfok speciális esetei, addig egyik gráf sem tartozik a 2-es típusú láncgráfok közé. Ezek a technikai különbségek alapvető koncepcionális különbséget fednek. Az 1-es típussal egyidőben, de egymástól függetlenül megvalósult események modellezése nem lehetséges. Továbbá van olyan modell, ami a 2-es típussal megfogalmazható, de az 1-essel nem: ezért nem üres az alábbi ábra 3-assal jelölt halmaza.**




**1. ábra. Az általános, illetve az 1-es ill. 2-es típusú láncgráfokon definiált modellosztályok tartalmazási viszonya (sötét háttér: nemüres, fehér háttér: nem ismert, hogy üres-e)**

**VIII. tézis** (6.2. fejezet)

**A társadalmi mobilitás kutatási módszereinek áttekintésének tanulsága szerint a módszer megválasztása nem redukálható statisztikai kérdéssé. Az elméleti háttérkoncepció és a kutatási kérdés alapján lehet eldönteni, hogy a grafikus modellek mely esetekben nyújthatnak a többi alternatívához képest jobb megoldást, vagy mikor egészíthetik ki egy másik szempont bevonásával azokat. A döntésnél közrejátszó főbb pontok a következők:**

- ***folytonos vagy kategoriális adatok* megfelelőbbek-e inkább indikátoraink konceptualizálására (grafikus modelleknél utóbbi),**

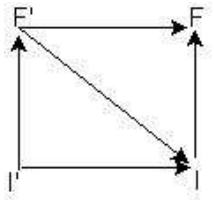
- ***mikro- vagy makroszintű megközelítést*** **alkalmazunk-e (grafikus modelleknél előbbi),**
- ***többlépcsős oksági folyamat*****okat kívánunk-e modellezni, *direkt és indirekt hatások* megkülönböztetésével (a grafikus modellek erre alkalmasak),**
- **a grafikus modell akkor megfelelő választás, ha a változók struktúrája *feltételes függetlenségek*kel írható le (pl.: a státuszelérési folyamat egyes állomásain bizonyos korábban megszerzett erőforrások már figyelmen kívül hagyhatók a többi meglévő erőforrások birtokában).**

**IX. tézis** (A disszertációban a 3.8. fejezet.)

**A legismertebb mobilitáskutatási gráfmodellekkel (Blau-Duncan-, Treiman-, Wisconsin-modell) és azoknak az irodalomban javasolt variánsaival kapcsolatban megmutattam, milyen jelentésbeli módosulásokat eredményezne, ha nem útmodellként, hanem grafikus modellként értelmeznénk azokat. Ennek haszna abban áll, hogy minden statisztikai modell esetében, akár illeszkedik az adatokhoz, akár nem, érdemes kissé eltérő modellek illeszkedését is megvizsgálni. A hipotézis módosításai jól követhetők a gráf átalakításával (nyíl-vonal cserékkel, élbehúzással, éltörléssel stb.), ahogyan az a XI. tézisben bemutatott Treiman-modell Boguszak et al. (1990) általi módosításainál is látható.**

**X. tézis** (Publikáció: Németh 2006b, 2007. A disszertációban a 7.1. fejezet.)

Treiman modernizációs hipotézisének vizsgálata a magyar rendszerváltásban, az alábbi modell vizsgálatával:




**2. ábra. A vizsgált modell (I: iskolázottság, F: foglalkozás, I': apa iskolázottsága, F': apa foglalkozása)**

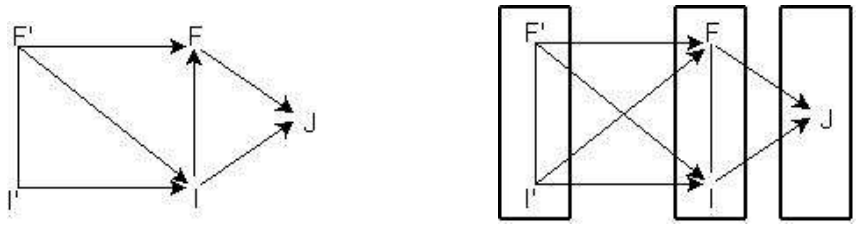
Treiman gyakran hivatkozott modernizációs hipotézise szerint a gazdasági-technológiai fejlődés a mobilitás szempontjából nyitottabb társadalom kialakulásához vezet, mivel a munka fokozott bürokratizálódása megnehezíti a pozíciók közvetlen átörökítését, ugyanakkor a fejlett gazdaság munkaerőpiaca a formális oktatással megszerezhető képességeket jutalmazza. A hipotézis szerint az oktatás elterjedtsége, az átfogóbb tömegkommunikáció, a nagyobb urbanizáció és fokozott földrajzi mobilitás egyaránt a merev osztályszerkezet lebontásának irányába hat (Treiman, 1970).

**A rendszerváltás kontextusában ma is gyakran idézett modernizációs hipotézist a Központi Statisztikai Hivatal 1983-as, 1992-es és 2000-es magyarországi mobilitási adatai alapján teszteltem. A modellhez tartozó kapcsolatok erősségét a marginális loglineáris paraméterek értékei alapján értékeltem. Legfontosabb eredményem szerint míg a nők között alapvetően változatlannak ítélhető a státuszmegszerzés folyamata, addig a férfiak esetén a társadalmi**

**záródás irányába mutató változások is megtalálhatók a Treiman hipotézise által érintett kapcsolatok tekintetében. Vagyis eredményeim nem támasztják alá a növekvő társadalmi mobilitás hipotézisét az 1983-2000 közötti időszakra vonatkozóan.**

**XI. tézis** (Publikáció: Németh 2006a, Németh, Rudas, Bergsma, 2006. A disszertációban a 7.2. fejezet.)

A Treiman-modellnek és a Boguszak et al. (1990) általi módosításának az összehasonlítása:




**3. ábra. A Treiman-modell (Treiman, 1970, eredetileg Duncen et al., 1968) és módosítása Boguszak et al. (1990) alapján . I': apa iskolázottsága, F': apa foglalkozási státusza, F: foglalkozási státusz, I: iskolázottság, J: jövedelem**

Buguszak és társainak a „korábbi diszkrimináció kompenzálására" vonatkozó elmélete szerint (1) a szocialista Csehszlovákiában az iskolázottságra is hatása van a foglalkozásnak, hiszen a politikailag megbízható, de aluliskolázott munkaerő kékgalléros vezető pozíciókba való juttatását gyakran legitimizálták utólag felnőttkori beiskolázásokkal. (2) A foglalkozásra direkt hatása van az apa iskolázottságának. A magas státuszú családokból származó utódok elől bár az iskola, mint érvényesülési csatorna el volt zárva, a kulturális tőke és az érvényesülési törekvés átörökítése folytán más csatornákon ugyan, de mégis nagy számban sikerült érvényesülniük.

**A két módosítást az ábrán látott módon érvényesítettem a Treiman-modellen. Magyar, csehszlovák és egyesült államokbeli 1992-es ISSP felmérések alapján az eredeti Treiman-modell jobban illeszkedik az adatokhoz, mint a Boguszak és társai által ajánlott. Tehát a Boguszak et al. által vélelmezett két diszkrimináció-kompenzáló jelenség megléte a vizsgált időpontban nem nyert alátámasztást.**

## Publikációk a disszertáció témakörében

Németh, R. (2004): An application of marginal log-linear models to examine changes in social mobility in Hungary during the transition period. In *Recent Developments and Applications In Social Research Methodology. Proceedings of the RC33 Sixth International Conference on Social Science Methodology*, (RC33), Amsterdam.

Németh, R. (2006a): Grafikus modellek kategoriális adatokon - társadalomtudományi alkalmazással. In: Némedi, D., Somlai, P., Szabari, V., Szikra, D. (szerk.) *Kötő-jelek.* Az Eötvös Loránd Tudományegyetem Szociológia Doktori Iskolájának Évkönyve.

Németh, R. (2006b): A társadalmi mobilitás változásai Magyarországon a rendszerváltás folyamán. *Szociológiai Szemle*, 2006/4, 19-35.

Ugyanennek angol nyelvű változata: Németh, R.: (2007) Changes in social mobility in Hungary during the transition period. *Review of Sociology*, 13/1, 49-66.

Németh, R., Rudas, T., Bergsma, W. (2006): *Analyzing categorical data with graphical models - a social science application.* SMABS-EAM (Society for Multivariate Analysis in the Behavioural Sciences, European Association of Methodology) konferencia, Budapest.

Rudas, T., Bergsma, W., Németh, R. (2006): Parameterization and estimation of path models for categorical data. In: Rizzi, A., Vich, M. (szerk.) *COMPSTAT 2006 Proceedings in Computational Statistics*, Physica-Verlag, 383-394.

Rudas, T., Bergsma, W., Németh, R. (2009): Markov marginal models for categorical data. (kézirat)

# A disszertáció tartalomjegyzéke

**1 Bevezetés 6**
1.1 Motiváció 6
1.2 A kutatás fókusza és az értekezés felépítése 8
**2 Marginális loglineáris modellek 12**
2.1 Hagyományos loglineáris modellek 12
2.2 Marginális modellek, marginális loglineáris modellek 18
2.3 A paraméterezés jó tulajdonságai 24
*2.3.1 Variációs függetlenség 24*
*2.3.2 A modellek létezése 28*
*2.3.3 Simaság 29*
*2.3.4 A becslések standard aszimptotikus tulajdonságai 33*
**3 Grafikus modellek 35**
3.1 Háttér 35
3.2 Gráfelméleti definíciók és jelölések 36
3.3 Feltételes függetlenség 42
3.4 Irányítatlan gráfok 44
3.5 Irányított körmentes gráfok 47
3.6 Láncgráfok 48
*3.6.1 Bevezető 48*
*3.6.2 Páronkénti Markov-tulajdonságok 50*
*3.6.3 Lokális Markov-tulajdonságok 54*
*3.6.4 Blokk-rekurzív Markov-tulajdonságok 56*
*3.6.5 Globális Markov-tulajdonságok 59*
3.7 A gráfok és a feltételes függetlenségek megfeleltetésének problémái: ekvivalens gráfok, ekvivalens Markov-tulajdonságok 61
3.8 Szociológiai példák grafikus modellekre 65
**4 Grafikus modell marginális modellként kategoriális adatokon 72**
4.1 Egy előzmény: Goodman módosított útmodellje 72
4.2 Az általános megoldás: grafikus modellek marginális loglineáris modellekként 78
4.3 A feltételes függetlenségek és a paraméterek megfeleltetésének problémái 79
4.4 Irányítatlan gráfok 81
4.5 Irányított körmentes gráfok 82
4.6 Láncgráfok 85
4.7 Útmodellek 88
4.8 MLH becslés, illeszkedésvizsgálat 89
**5 Nyitva maradt módszertani kérdések 92**
**6 Alkalmazás 94**
6.1 A grafikus modellek általános alkalmazási problémái 94
*6.1.1 A gráf felállítása 94*
*6.1.2 Konfigurációk, melyek klasszikus asszociációs problémákat fednek 95*
*6.1.3 Direkt és indirekt hatás 96*

*6.1.4 A grafikus modell és a strukturális egyenletek modell (SEM) összevetése 98*
6.2 Mobilitás-kutatási alkalmazás: használati feltételek, alternatívák 99
*6.2.1 Történeti áttekintés 99*
*6.2.2 A történeti áttekintés tanulságai 104*
**7 Saját alkalmazások 108**
7.1 Klasszikus modell, friss adatok: Treiman hipotézise a magyar rendszerváltásban 108
*7.1.1 Kutatási motivációk, kutatási kérdések 108*
*7.1.2 Elméleti háttér, korábbi vizsgálatok 109*
*7.1.3 Módszertan 112*
*7.1.4 Eredmények 114*
*7.1.5 Összegzés 116*
7.2 A Treiman-modellnek és a Boguszak és társai (1990) által javasolt módosításának összevetése nemzetközi adatokon 118
7.3 Klasszikus adatok, új modell: Sewell és Shah (1968) vizsgálata a felsőfokú továbbtanulásról 122
7.4 Szerhasználat amerikai fiatalok körében 126
7.5 A demokráciával ill. az életszínvonallal való elégedettség kapcsolata, az MHP három hulláma alapján 130
**8 Függelék: számítástechnikai megvalósítás 137**
8.1 Modellbecslés 137
8.2 Illeszkedésteszt 143
8.3 Paraméterbecslés 143
**9 Irodalom 145**
**10 Felhasznált adatbázisok 152**
**11 Ábrák jegyzéke 153**
**12 Táblázatok jegyzéke 154**
**13 A szerző publikációi 155**
13.1 Folyóirat cikkek és könyvfejezetek 155
13.2 Konferencia kötetek 156
13.3 Konferencia kivonatok 156
13.4 Munkaanyagok, kutatási jelentések 157